

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ  
**ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
ΠΕΜΠΤΗ 19 ΜΑΪΟΥ 2016  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της ταυτοτικής συνάρτησης  $f(x)=x$  είναι  $f'(x)=(x)'=1$  για κάθε  $x$  στο σύνολο  $\mathbb{R}$  των πραγματικών αριθμών.

**Μονάδες 10**

**A2.** Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου ( $\delta$ ) ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων, όταν το  $n$  είναι περιττός αριθμός.

**Μονάδες 5**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α)  $(\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\nu x$

(Μον. 2)

β)  $(\sqrt{3})' = \frac{1}{2\sqrt{3}}$

(Μον. 2)

γ) Σε μία κανονική ή περίπου κανονική κατανομή στο διάστημα  $(\bar{x}-s, \bar{x}+s)$  βρίσκεται το 68% περίπου των παρατηρήσεων.

(Μον. 2)

δ) Αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell_1$  και  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \ell_2$  όπου  $\ell_1, \ell_2$

πραγματικοί αριθμοί τότε:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) g(x)) = \ell_1 \ell_2 .$$

(Μον. 2)

**ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ**

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ  
**ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**

- ε) Μια συνάρτηση  $f$  λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε σημεία  $x_1, x_2 \in \Delta$  με  $x_1 < x_2$  ισχύει  $f(x_1) < f(x_2)$ .

(Μον. 2)  
**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Στον παρακάτω πίνακα δίνεται ο αριθμός των πιστωτικών καρτών που έχουν 20 υπάλληλοι μιας επιχείρησης.

Αριθμός πιστωτικών καρτών $x_i$	Αριθμός υπαλλήλων $v_i$	Αθροιστική Συχνότητα $N_i$	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$	$x_i v_i$
0	5			
1		9		
2			10	
3				
4				
<b>ΣΥΝΟΛΑ</b>				

- B1.** Αν γνωρίζετε ότι η 5<sup>η</sup> συχνότητα ( $v_5$ ) ισούται με την 1<sup>η</sup> συχνότητα ( $v_1$ ), να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

**Μονάδες 10**

- B2.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  των πιστωτικών καρτών των υπαλλήλων.

**Μονάδες 5**

- B3.** Να υπολογίσετε τον αριθμό των υπαλλήλων που έχουν το πολύ 3 πιστωτικές κάρτες.

**Μονάδες 5**

- B4.** Να υπολογίσετε το ποσοστό των υπαλλήλων που έχουν τουλάχιστον 2 πιστωτικές κάρτες.

**Μονάδες 5**

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ  
**ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 1} + \frac{1}{2}$$

Γ1. Να αποδείξετε ότι  $f'(x) = \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2}$

**Μονάδες 6**

Γ2. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της συνάρτησης  $f$  στα σημεία  $x_1 = -1$  και  $x_2 = 1$ .

**Μονάδες 4**

Γ3. Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και να βρείτε τα τοπικά της ακρότατα.

**Μονάδες 12**

Γ4. Να συγκρίνετε τις τιμές  $f(2015)$  και  $f(2016)$  της συνάρτησης  $f$ .

**Μονάδες 3**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:

$$f(x) = x^2 + \alpha x - 3, \alpha \in \mathbb{R}.$$

Δ1. Να υπολογίσετε την τιμή του  $\alpha$  αν

$$\alpha = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 6x + 8}{x - 4}$$

**Μονάδες 8**

Δ2. Για  $\alpha = 2$  να βρείτε την  $f'(x)$ .

**Μονάδες 3**

Δ3. Για  $\alpha = 2$  να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $M(-2, f(-2))$ .

**Μονάδες 8**

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ  
**ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**

**Δ4.** Αν τα σημεία  $A_1(x_1, y_1), A_2(x_2, y_2), A_3(x_3, y_3), A_4(x_4, y_4), A_5(x_5, y_5)$  ανήκουν στην ευθεία  $\varepsilon: y = -2x - 7$  και οι τετμημένες  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  των σημείων  $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$  έχουν μέση τιμή  $\bar{x} = 2$ , να βρείτε τη μέση τιμή  $\bar{y}$  των τεταγμένων  $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$  των σημείων αυτών.

**Μονάδες 6**

**ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**