

2009 ΘΕΜΑ 1^ο: Μονάδες 4 +3+3+3 +6 +2+2+2

A) Δίνεται συνάρτηση $f:A \rightarrow \mathbb{R}$ ($A \subseteq \mathbb{R}$) και $x_0 \in A$. Πότε λέμε ότι η f είναι συνεχής στο x_0 ;

B) Σωστό / Λάθος

α) Αν η τιμή του συντελεστή μεταβλητότητας (μεταβολής) ενός δείγματος παρατηρήσεων είναι μικρότερη του 10%, τότε ο πληθυσμός του δείγματος θεωρείται ομοιογενής.

β) $(\sin x)' = \eta \mu x$

γ) Έστω η παραγωγίσιμη συνάρτηση $f:(\alpha, \beta) \rightarrow \mathbb{R}$. Αν $f'(x) < 0$ για κάθε $x \in (\alpha, \beta)$, τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα (α, β) .

δ) $\int_{\alpha}^{\beta} c dx = c(\beta - \alpha)$, όπου c σταθερά.

Γ) Αν οι συναρτήσεις $f, g:A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού τους A , τότε να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ιδιότητες και να τις συμπληρώσετε:

α) $(f \cdot g)'(x) = \dots\dots\dots$

β) $(c \cdot f)'(x) = \dots\dots\dots$, όπου c σταθερά.

γ) $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = \dots\dots\dots$ με $\beta > \alpha > 0$

2010 ΘΕΜΑ A: Μονάδες 5+12+8

www.kutidis.gr

A1. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της;

A2) Σωστό / Λάθος

α) Η μέση τιμή δεν επηρεάζεται από τις ακραίες τιμές της μεταβλητής.

β) Αν υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ και είναι $l \in \mathbb{R}$, τότε

$$\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = |l|.$$

γ) Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, τότε δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0 .

δ) Ισχύει ότι: $\int_a^a f(x) dx = a$, για κάθε $a \in \mathbb{R}$.

A3. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ιδιότητες και να τις συμπληρώσετε:

α) $\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \dots\dots\dots$, με $g(x) \neq 0$

β) $(\sqrt{x})' = \dots\dots\dots$, με $x > 0$

γ) $(e^x)' = \dots\dots\dots$

δ) $(\sin x)' = \dots\dots\dots$

2011 ΘΕΜΑ 1^ο : Μονάδες 6+10+9

A1. Τι ονομάζεται εύρος μιας μεταβλητής;

A2) Σωστό / Λάθος

α) Η μέση τιμή (μέσος όρος) υπολογίζεται μόνο σε ποσοτικές μεταβλητές. (Μονάδες 2)

β) Αν υπάρχουν τα $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ και είναι $l_1, l_2 \in \mathbb{R}$ αντίστοιχα, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = l_1 \cdot l_2$

γ) Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο \mathbb{R} , τότε ισχύει:
 $(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g'(x)$, $x \in \mathbb{R}$

δ) Ισχύει ότι $\int_{\alpha}^{\beta} \eta \mu x dx = \sigma \nu \beta - \sigma \nu \alpha$

ε) Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο (α, β) και $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in (\alpha, \beta)$, τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο (α, β) . (Μονάδες 2)

A3) Συμπληρώστε :

α) $(\ln x)' = \dots$, με $x > 0$
β) $(\eta \mu x)' = \dots$

γ) Αν f συνεχής στο \mathbb{R} με $a \in \mathbb{R}$, τότε $\int_{\alpha}^{\alpha} f(x) dx = \dots$

2012 ΘΕΜΑ A : Μονάδες 6+ 10+9

www.kutidis.gr

A1. Τι ονομάζεται διάμεσος δ ενός δείγματος n παρατηρήσεων που έχουν διαταχθεί σε αύξουσα σειρά;

A2) Σωστό / Λάθος

α) Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, τότε δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0 . (Μονάδες 2)

β) Το εύρος ως παράμετρος διασποράς εξαρτάται μόνο από τις ακραίες τιμές της μεταβλητής.

γ) Έστω συνάρτηση f συνεχής στο $[a, \beta]$. Τότε ισχύει η ακόλουθη ιδιότητα για το ορισμένο ολοκλήρωμα:
 $\int_a^{\gamma} f(x) dx + \int_{\beta}^{\gamma} f(x) dx = \int_a^{\beta} f(x) dx$, με $a < \gamma < \beta$. (Μονάδες 2)

δ) Ισχύει ότι: $(x^{\alpha})' = \alpha x^{\alpha-1}$, $\alpha \in \mathbb{R}^*$, $x > 0$

ε) Έστω δύο συνεχείς συναρτήσεις $f, g: [a, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$ με συνεχείς παραγώγους f', g' . Τότε ισχύει ότι:
 $\int_a^{\beta} f'(x)g(x) dx = [f(x)g(x)]_a^{\beta} - \int_a^{\beta} f(x)g'(x) dx$ (Μονάδες 2)

A3) Συμπληρώστε :

α) $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = \dots$ με $\beta > \alpha > 0$

β) Έστω συναρτήσεις $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ και $g: B \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(A) \subseteq B$. Αν η f είναι παραγωγίσιμη σε κάθε $x \in A$ και η g παραγωγίσιμη σε κάθε $f(x) \in B$, τότε η σύνθεσή τους $g \circ f: A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι παραγωγίσιμη στο A και ισχύει ότι:
 $(g \circ f)'(x) = \dots$ (Μονάδες 3)

γ) $\int_{\alpha}^{\beta} c dx = \dots$ με c σταθερά και $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

A1. Έστω συνεχής συνάρτηση $f:[\alpha,\beta]\rightarrow\mathbb{R}$ με παράγουσα συνάρτηση F . Τι ονομάζεται ορισμένο ολοκλήρωμα της συνάρτησης f από το α έως το β ;

A2) Σωστό / Λάθος

α) Εάν η τιμή του συντελεστή μεταβλητότητας είναι κάτω του 10%, ο πληθυσμός του δείγματος θεωρείται ομοιογενής.

β) Εάν οι συναρτήσεις $f, g:A\rightarrow\mathbb{R}$ είναι παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού τους, με $g(x)\neq 0$, τότε ισχύει:

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)\cdot g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

www.kutidis.gr

γ) Εάν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, τότε είναι παραγωγίσιμη στο x_0 .

δ) Ισχύει ότι: $\int_{\alpha}^{\beta} e^x dx = \frac{e^{\beta+1}}{\beta+1} - \frac{e^{\alpha+1}}{\alpha+1}$ με $\alpha \neq -1$ και $\beta \neq -1$.

ε) Δίνονται οι συναρτήσεις f, g συνεχείς στο $[\alpha, \beta]$. Αν $f(x) \geq g(x)$ για κάθε $x \in [\alpha, \beta]$, τότε $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx \geq \int_{\alpha}^{\beta} g(x) dx$.

A3. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

α) $\int_{\alpha}^{\beta} \eta \mu x dx = \dots$

β) Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} και c μία σταθερά, τότε:

$(c \cdot f)'(x) = \dots$

γ) Αν $\alpha \in \mathbb{R}^*$ και $x > 0$, τότε:

$(x^{\alpha})' = \dots$

2014 ΘΕΜΑ Α : Μονάδες 6+10+9

A1. Δίνεται μία συνάρτηση $f:[\alpha,\beta] \rightarrow \mathbb{R}$. Να δώσετε τον ορισμό της συνέχειας της f στο διάστημα $[\alpha,\beta]$.

A2) Σωστό / Λάθος

α) Αν η f είναι συνεχής στο $[\alpha,\beta]$ και η F είναι μία παράγουσα της f , τότε ισχύει: $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = F(\beta) - F(\alpha)$

β) Το εύρος των τιμών μιας μεταβλητής δεν επηρεάζεται από τις ακραίες τιμές της.

γ) Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} και $c \in \mathbb{R}$ μία σταθερά, τότε ισχύει:
 $(c \cdot f)'(x) = f'(x) + c$

www.kutidis.gr

δ) $(x^{\alpha})' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}, x > 0, \alpha \in \mathbb{R}^*$.

ε) Αν η f είναι συνεχής στο $[\alpha,\beta]$, τότε ισχύει:

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = -\int_{\beta}^{\alpha} f(x)dx.$$

α) Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο \mathbb{R} , τότε: $(f - g)'(x) = \dots$

β) $\int_{\alpha}^{\beta} \sin x dx = \dots$

γ) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l, l \in \mathbb{R}$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = \dots$

ΘΕΜΑ Α

A1. Για μία συνεχή συνάρτηση f να γράψετε τις τρεις κατηγορίες σημείων, τα οποία είναι πιθανές θέσεις τοπικών ακροτάτων.

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η επικρατούσα τιμή μίας μεταβλητής είναι μοναδική.

β) Έστω συνεχής συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ και x_0 ένα στάσιμο σημείο της f (δηλαδή $f'(x_0) = 0$). Αν η f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο x_0 , τότε παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο x_0 όταν $f''(x_0) < 0$.
(Μον. 2)

γ) Έστω συνάρτηση f συνεχής στο $[a, \beta]$. Τότε ισχύει:

$$\int_a^\alpha f(x)dx = a, \text{ όπου } a \in \mathbb{R}^*$$

(Μον. 2)

δ) Αν οι συναρτήσεις $f, g : A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού τους A , τότε και η $f \cdot g$ είναι παραγωγίσιμη στο A και ισχύει:

$$(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)$$

www.kutidis.gr

ε) Η σχετική συχνότητα τιμής x_i μίας μεταβλητής συμβολίζεται με f_i και ισχύει $f_i = \frac{v_i}{v}$.

A3. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

α) $\int_a^\beta \frac{1}{x} dx = \dots$, με $\beta > a > 0$ **β)** $(c)' = \dots$, αν c σταθερά

γ) Αν η μεταβλητή x παίρνει τις τιμές x_1, x_2, \dots, x_k με αντίστοιχες συχνότητες v_1, v_2, \dots, v_k τότε η μέση τιμή της μεταβλητής είναι: $\bar{x} = \dots$