

**2009: ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup> ΕΠΑΛ**

(Μονάδες 4+8+6) (+Δ)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο  $f(x) = -x^2 + 6x + 8$

- A) Να υπολογίσετε την  $f'(x)$   
 B) Να μελετήσετε την  $f$  ως προς την μονοτονία.  
 Γ) Για ποια τιμή του  $x$  η  $f$  παρουσιάζει τοπικό ακρότατο; Να βρείτε το είδος του ακρότατου.

**2009: ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup> ΕΠΑΛ**

(Μονάδες 5, 5+5) (+Γ)

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο  $f(x) = x^3 + 4x + 2ae^x$ , όπου  $a = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$

- A) Να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού  $a$ .  
 B) Για  $a=1$  1) Να υπολογίσετε την  $f'(x)$  2) Να αποδείξετε ότι η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\mathbb{R}$ .

**2010: ΘΕΜΑ Δ ΕΠΑΛ**

(Μονάδες 8 + 6 + 6) (+Δ4)

[www.kutidis.gr](http://www.kutidis.gr)

Δίδεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + ax + \beta$ ,  $a, \beta \in \mathbb{R}$ . Η  $f$  παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο σημείο  $x_0 = 2$  και η γραφική της παράσταση περνάει από το σημείο  $A(0, 1)$ .

- Δ1) Βρείτε τις τιμές των πραγματικών αριθμών  $a$  και  $\beta$ ,  
 Δ2) Για  $a=6$  και  $\beta=1$  μελετήστε την  $f$  ως προς την μονοτονία  
 Δ3) Για  $a=6$  και  $\beta=1$  βρείτε τις θέσεις, το είδος και τις τιμές των τοπικών ακροτάτων της  $f$ .

**2011: ΘΕΜΑ Δ ΕΠΑΛ**

(Μονάδες 6 + 5) (+Δ3+Δ4)  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$  με  $x \in \mathbb{R}$

- Δ1) Μελετήστε  $f$  ως προς την μονοτονία. Δ2) Βρείτε τα τοπικά ακρότατα της  $f$ .

**2012: ΘΕΜΑ Δ ΕΠΑΛ**

(Μονάδες 8+ 5) (+Δ1+Δ4)

- Δ2) Αν  $F(x) = x^3 - x^2 - x - 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , μελετήστε τη μονοτονία και βρείτε τα τοπικά ακρότατα της  $F$ .  
 Δ3) Να συγκρίνετε τις τιμές  $F(2011)$  και  $F(2012)$  και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**2013: ΘΕΜΑ Δ ΕΠΑΛ**

(Μονάδες 5 + 5+ 8) (+Δ4)

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = (x-2)^2(x+\alpha)$   $x, \alpha \in \mathbb{R}$

- Δ1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης  $f$  είναι  $f'(x) = (x-2)(3x+2\alpha-2)$ .  
 Δ2. Να βρείτε τον αριθμό  $\alpha$ , αν η συνάρτηση  $f$  παρουσιάζει ακρότατο στο  $x_0=4$ .  
 Δ3. Για  $\alpha = -5$ , να μελετήσετε την  $f$  ως προς τη μονοτονία. Ποιό το είδος και οι τιμές των ακρότατων.

**2014: ΘΕΜΑ Δ ΕΠΑΛ**

(Μονάδες 6 + 9) (+Δ3) Αν  $f(x) = e^x \cdot (x - 1)$ , με  $x \in \mathbb{R}$

- Δ1. Δείξτε  $f'(x) = f(x) + e^x$  Δ2. Μελετήστε την μονοτονία της  $f$  και βρείτε τα τοπικά ακρότατά της.

2015: ΘΕΜΑ Δ ΕΠΑΛ

**ΘΕΜΑ Δ**

Μία ομάδα περιβαλλοντολόγων εκτιμά ότι το βάρος  $B$  ( $B$  σε τόνους) ενός παγόβουνου μεταβάλλεται με τον χρόνο  $t$  ( $t$  σε έτη) σύμφωνα με τη συνάρτηση:

$$B(t) = -\frac{t^3}{3} + 2t^2 + 12t + 15, \quad 0 \leq t \leq 10$$

**Δ1.** Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής του βάρους του παγόβουνου.

**Μονάδες 5**

**Δ2.** Ποιά χρονική στιγμή το βάρος του παγόβουνου γίνεται μέγιστο;

**Μονάδες 8**

**Δ3.** Να αποδείξετε ότι, αν  $t \in [6, 9]$ , τότε ισχύει:

$$B(9) \leq B(t) \leq B(6)$$

**Μονάδες 5**

**Δ4.** Ποιά χρονική στιγμή ο ρυθμός μεταβολής του βάρους του παγόβουνου γίνεται μέγιστος;

**Μονάδες 7**